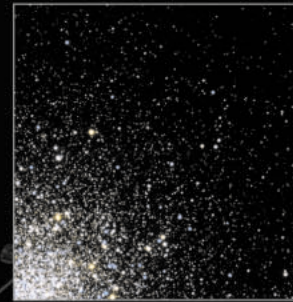


DE STERRENKUNDEPRACTICA VAN ESA/ESO

Sterrenkundige practica, gebaseerd
op waarnemingen met de Hubble-
ruimtetelescoop van NASA en ESA en
de telescopen van ESO



Practicum4

Het meten van de afstand en leeftijd van een bolvormige sterrenhoop
Gebaseerd op waarnemingen met ESO's Very Large Telescope



Inhoudsopgave

De sterrenkundepractica van ESA/ESO — 4

Voorwoord

- Voorwoord blz. 2

Inleiding

- Sterren blz. 3
- Waterstofverbranding blz. 3
- Sterrenhopen blz. 3
- Bolvormige sterrenhopen blz. 3
- De bolhoop M12 blz. 6
- Het Hertzsprung-Russell-diagram blz. 6
- Sterevolutie in het H-R-diagram blz. 6
- De B-V kleurindex blz. 8
- Het H-R diagram in een sleutelrol blz. 8

Opdrachten

- Waarnemingen en gegevensverwerking blz. 9
- Tips voor het interpreteren van de opnamen blz. 9
- Opdracht 1: B-band oefening blz. 9
- Opdracht 2: B-band kalibratie blz. 9
- Opdracht 3: B-band magnitudes blz. 9
- Opdracht 4: V-band oefening blz. 9
- Opdracht 5: V-band kalibratie blz. 9
- Opdracht 6: V-band magnitudes blz. 10
- Opdracht 7: Kleurindex blz. 10
- Opdracht 8: Oppervlaktetemperatuur blz. 10
- Opdracht 9: H-R-diagram blz. 10
- Opdracht 10: Hoofdreeksaanpassing blz. 10
- Opdracht 11: De afstand van M12 blz. 10
- Opdracht 12: Extinctiecorrectie blz. 10
- Opdracht 13 blz. 15
- De evolutie van een bolhoop blz. 16
- Opdracht 14: Afbuigpunt..... blz. 16
- Opdracht 15 blz. 16
- Opdracht 16 blz. 16

Extra opdrachten

- Opdracht 17 blz. 17
- Opdracht 18 blz. 18

Literatuurverwijzingen

- Wetenschappelijke artikelen blz. 19

Voor de leerkracht

- Docentenhandleiding blz. 22

Het bepalen van de afstand en leeftijd van een bolvormige sterrenhoop

Sterrenkunde is een boeiende wetenschap die vaak ook nog eens fraaie foto's oplevert: ideaal voor educatieve doeleinden. De afgelopen jaren hebben NASA, ESA, de Hubble-ruimtetelescoop en de telescopen van ESO op La Silla en Paranal in Chili steeds spectaculairdere afbeeldingen van het heelal gemaakt. De Hubble- en ESO-telescopen zijn waardevolle astronomische instrumenten, die echter niet alleen mooie nieuwe plaatjes hebben opgeleverd: ze stellen sterrenkundigen in staat om verder dan ooit tevoren het heelal in te turen en antwoorden te vinden op nog openstaande vragen.

De analyse van waarneemgegevens is in de details vaak nogal ingewikkeld. De grote lijnen zijn echter eenvoudig genoeg om door middelbare scholieren zelf uitgevoerd te kunnen worden.

Deze reeks astronomische practica is een coproductie van de Europese deelnemer aan het Hubble-project, ESA (de European Space Agency), die over 15% van de waarneemtijd met Hubble beschikt, en de ESO (de European Southern Observatory).



Figuur 1: De Very Large Telescope van ESO

De Very Large Telescope (VLT) van de Paranal-sterrenwacht (Atacama, Chili) is de grootste en modernste optische instrument ter wereld. De VLT maakt zeer scherpe hemelopnamen en kan, dankzij het grote spiegelloppervlak van de vier afzonderlijke telescopen, zeer verre en zwakke objecten in het heelal waarnemen.



Inleiding

Sterren

Een ster is een reusachtige bal lichtgevend gas met een bepaalde massa, temperatuur en diameter. Ook van belang — voor sterrenkundigen althans — is zijn afstand tot de aarde. De meest nabije ster die we kennen is onze eigen zon.

Waterstofverbranding

Het licht dat de meeste sterren uitzenden vindt zijn oorsprong in de kernfusie die zich in het sterinwendige afspeelt. Een normale, zonachtige ster bestaat uit ongeveer 74% waterstof en 25% helium; de overige 1% is een mengsel van een zwaardere elementen. Het meest voorkomende fusieproces in zon-achtige sterren is de 'waterstofverbranding', waarbij vier waterstofkernen (protonen) tot één heliumkern smelten (fig. 2).

Waterstofverbranding voltrekt zich in een aantal stappen. De eerste stap is de fusie van twee protonen tot deuterium, een zware vorm van waterstof. Dit is een zeldzame gebeurtenis, zelfs in de dichte kern van een ster, waar de temperaturen oplopen tot enkele miljoenen graden. Daarom leiden de fusiereacties in een ster ook niet tot een explosieve verbranding van waterstof, maar kunnen zij de ster miljarden jaren

lang stabiel houden. Zolang de ster stabiel is, blijven zijn oppervlaktetemperatuur, middellijn en lichtkracht gelijk. De kernreacties in het inwendige genereren net genoeg energie om een evenwicht te behouden tussen de naar buiten gerichte gasdruk en de zwaartekracht.

De massa van een heliumkern bedraagt slechts 99,3% van de totale massa van de vier oorspronkelijke waterstofkernen. Bij het fusieproces wordt de overige 0,7% massa omgezet in energie, grotendeels in de vorm van straling. De hoeveelheid energie kan worden berekend met behulp van Einsteins beroemde formule $E = Mc^2$. Omdat c^2 een groot getal is, levert een kleine hoeveelheid massa dus een grote hoeveelheid energie. Als je dan ook nog het totale aantal fusiereacties in ogenschouw neemt, gaat het alles bij elkaar om een aanzienlijke hoeveelheid massa (en dus om enorm veel energie).

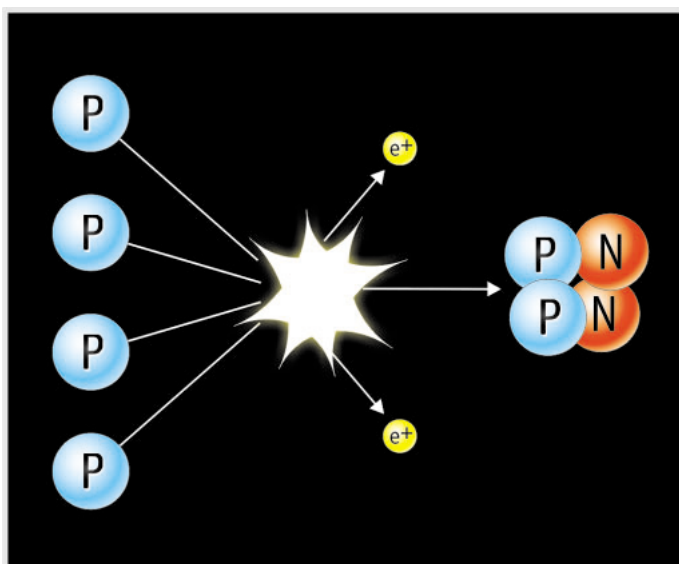
Sterrenhopen

Sterren komen vaak in groepen voor: de zogeheten sterrenhopen. Er zijn twee soorten sterrenhopen: 'open' en 'bolvormige'. Open sterrenhopen zijn losse verzamelingen van enkele tientallen tot duizenden sterren. Deze sterren zijn gewoonlijk een paar honderd miljoen jaar oud, wat tamelijk jong is in vergelijking met de leeftijden die sterren in het algemeen kunnen bereiken (een paar miljard jaar). Open sterrenhopen vinden we in de schijf van het Melkwegstelsel; vaak bevatten ze nog restanten van de gas- en stofwolk waaruit ze zijn ontstaan. Zulke sterrenhopen zijn vaak ongeveer 30 lichtjaar (10 parsec) groot (fig. 3).

Bolhopen – de oudste sterren van het Melkwegstelsel

In de halo van het Melkwegstelsel komen we een paar honderd bolvormige sterrenhopen tegen. Deze draaien als een soort satellieten om ons stelsel heen (fig. 4).

Elk van deze bolvormige sterrenhopen bestaat uit ruwweg een miljoen sterren en is ongeveer 100 lichtjaar groot. De meeste van deze sterrenhopen zijn zeer oud — misschien zelfs ouder dan het Melkwegstelsel zelf, dat



Figuur 2: Waterstofverbranding

Bij de meest eenvoudige vorm van energieproductie in sterren smelten vier waterstofkernen samen tot één heliumkern. Dit proces loopt via een aantal tussenstappen; hierboven is alleen het eindresultaat afgebeeld.



Inleiding



Figuur 3: De Pleiaden (Messier 45) in het sterrenbeeld Stier

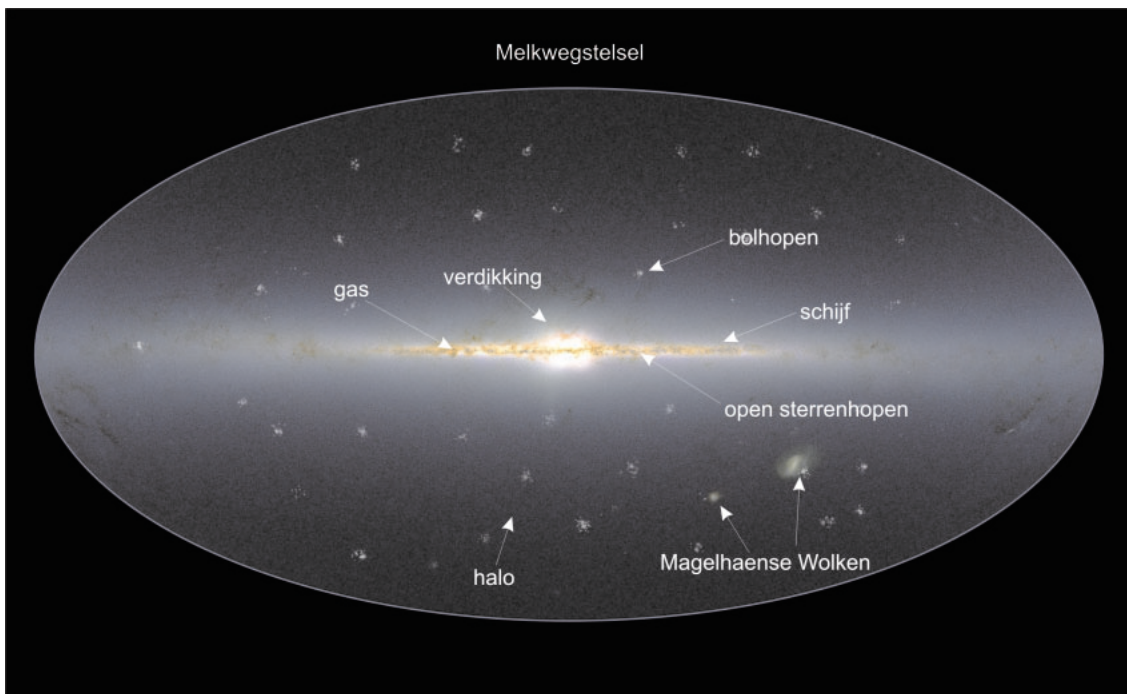
De Pleiaden zijn met zelfs vanuit de stad met het blote oog te zien. Het is een van de helderste en meest nabije open sterrenhopen. De Pleiaden, die ook wel het Zevengesternte worden genoemd, bestaan uit ongeveer zeven heldere en meer dan 3000 zwakkere sterren, op ongeveer 400 lichtjaar van de aarde. De groep is ongeveer 13 lichtjaar groot (foto: Bruno Stampfer en Rainer Eisendle).

twaalf miljard jaar geleden werd gevormd doordat protogalactische gaswolken samentrokken tot een reusachtige schijf van materie.

Waarschijnlijk zijn de meeste bolvormige sterrenhopen — die ook wel bolhopen worden genoemd — de afgelopen miljarden jaren ver-

dwenen doordat ze met elkaar of met het Melkwegstelsel in botsing zijn gekomen.

Het astrofysische onderzoek van bolhopen mag zich binnen de internationale astronomische gemeenschap in een grote belangstelling verheugen. Bolhopen worden niet alleen gebruikt voor



Figuur 4: Het Melkwegstelsel

Deze afbeelding geeft een overzicht van het Melkwegstelsel. De afzonderlijke onderdelen van dit gecompliceerde systeem van sterren, gas en stof zijn aangegeven. Het schijfvlak ligt langs de centrale horizontale lijn. De bolvormige sterrenhopen zijn verdeeld over de halo die het melkwegcentrum omgeeft. Aangenomen wordt dat deze verdeling een gevolg is van het feit dat deze sterrenhopen vroeg in de geschiedenis van het Melkwegstelsel gevormd zijn.

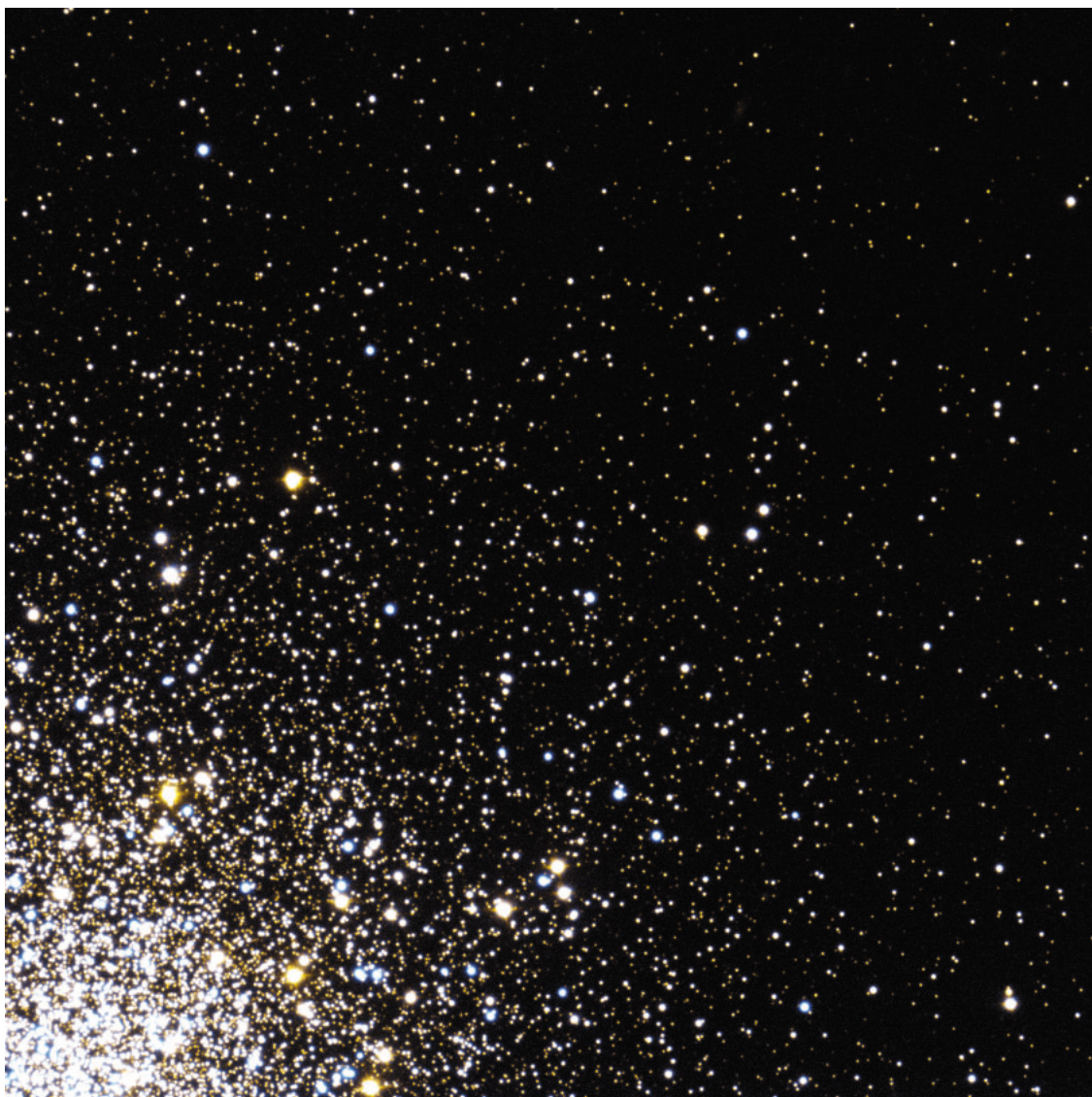


Inleiding

het toetsen van theorieën over de bouw en evolutie van sterren, maar zijn ook van belang omdat zij tot de weinige objecten in het Melkwegstelsel behoren waarvan de leeftijd heel nauwkeurig kan worden bepaald. Omdat ze een zeer lange levensduur hebben, leggen de bolhopen een ondergrens op aan de leeftijd van het heelal. Het verband tussen de leeftijd van een bolhoop en zijn chemische samenstelling maakt

het bovendien mogelijk om het ontstaansproces van melkwegstelsels nader te onderzoeken.

Alle sterren in een bolhoop hebben dezelfde voorgeschiedenis en verschillen alleen in massa. Hierdoor zijn bolhopen ideale plekken voor het onderzoek naar de evolutie van sterren. In de volgende opdrachten zullen we ons gaan buigen over de eigenschappen van bolhoop M12.



Figuur 5: De buitenste regionen van de bolhoop M12

Deze twee-kleurenafbeelding is gebaseerd op waarnemingen met ESO's Very Large Telescope door een blauw (B) en een groen (V) filter. De B-opname is op deze samengestelde opname ook blauw afgedrukt, de V-opname rood. Sommige sterren zijn duidelijk helderder op de B-opname (zichtbaar als blauwe sterren), terwijl andere helderder zijn op de V-opname (geelachtige sterren).



Inleiding

De bolhoop Messier 12

De bolhoop Messier 12 (kortweg M12), ook wel aangeduid met NGC 6218, werd in 1764 ontdekt door Charles Messier en werd daarmee het twaalfde object op diens lijst. Net als vele andere bolhopen, omschreef Messier deze als een 'nevel zonder sterren', wat vooral te maken had met de beperkte beeldscherpte van zijn telescopen. Pas in 1783 stelde William Herschel vast dat de bolhoop uit afzonderlijke sterren bestaat.

M12 bevindt zich in het sterrenbeeld Slangen-drager en kan vanaf een donkere locatie al met

een verrekijker worden gezien. M12 heeft een schijnbare magnitude 6,7 (zie 'Sterrenkundige hulpmiddelen', blz. 2); helderste ster van de bolhoop is van magnitude 12.

De NGC (New General Catalogue) is een catalogus die in 1888 werd gepubliceerd. Hierin staan allerlei open en bolvormige sterrenhopen, diffuse en planetaire nevels, supernovaresten, melkwegstelsels en zelfs een paar foutieve objecten die achteraf niet blijken te bestaan.

Het Hertzsprung-Russell-diagram

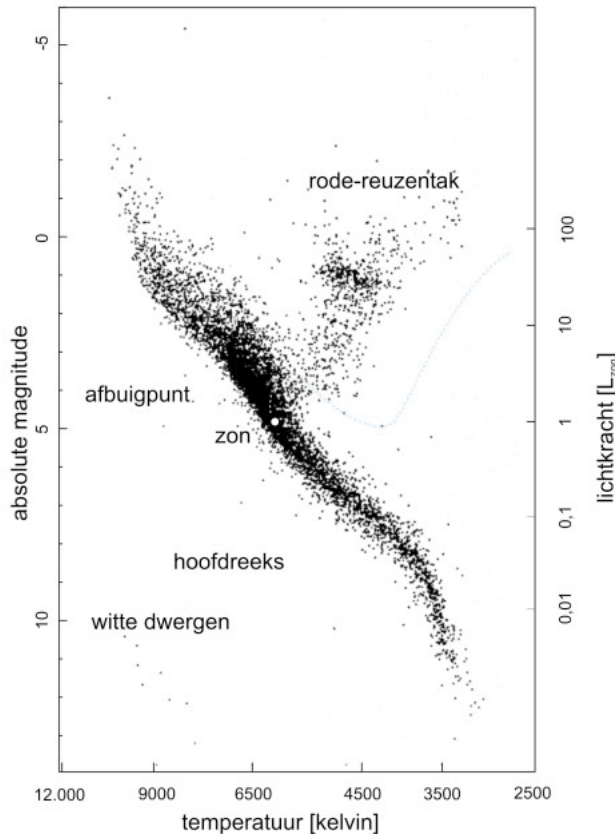
Een grafiek waarin de lichtkracht L of de absolute helderheid M tegen de temperatuur T van sterren staat uitgezet, wordt een Hertzsprung-Russell-diagram (of kortweg H-R-diagram) genoemd. Figuur 6 laat zo'n diagram zien voor een groot aantal nabije sterren waarvan de afstanden (dankzij de HIPPARCOS-satelliet) goed bekend zijn. De oppervlaktetemperatuur van een ster kan worden afgeleid uit metingen van zijn kleur bijvoorbeeld $m_B - m_V$ (zie de 'Sterrenkundige hulpmiddelen').

Uit dit H-R-diagram blijkt duidelijk dat de sterren geen willekeurige combinaties van L en T kunnen hebben. Ze zijn geconcentreerd in bepaalde gebieden (aangegeven in de figuren). Het H-R-diagram vormt de sleutel tot een beter begrip van de levensloop van sterren. Afhankelijk van hun massa bewegen de verschillende sterren namelijk langs verschillende routes door het diagram.

Sterrevolutie in het H-R-diagram

Sterren verblijven het grootste deel van hun bestaan op de hoofdreeks. Gedurende al die tijd zijn ze in evenwicht en verbranden ze waterstof. Dat is ook precies de reden waarom er zo veel sterren op de hoofdreeks te zien zijn — de strook die ruwweg van linksboven naar rechts-onder loopt. Als de waterstofvoorraad in de kern van de ster opraakt, houden de fusiereacties in de kern op. Dan komt ook een einde aan het verblijf op de hoofdreeks: het evenwicht tussen gasdruk en zwaartekracht in de kern raakt verstoord. De kern stort in en vervolgens begint de waterstof in de lagen eromheen te verbranden. Hoe verder de kern inkrimpt, des te hoger wordt

Inleiding



Figuur 6: Een Hertzsprung-Russell-diagram

Dit H-R-diagram toont het verband tussen de oppervlakte-temperatuur en de lichtkracht van sterren. Duidelijk gemarkeerd zijn de hoofdreeks en de beide takken waar zich de rode reuzen en witte dwergen bevinden. Ook de positie van de zon is aangegeven, evenals de route die de zon de komende miljarden jaren binnen het diagram zal volgen. De positie van de zon in het diagram wordt bepaald door zijn oppervlaktetemperatuur van 5800 K en zijn absolute helderheid van +4,8.



Inleiding

de druk en de temperatuur ter plaatse, en uiteindelijk zullen de aanwezige heliumkernen gaan fuseren tot zwaardere elementen. Dit verhaal kan zich een aantal malen herhalen, waarbij in de kern steeds zwaardere elementen worden aangemaakt. De hogere kerntemperatuur zorgt ervoor dat de buitenlagen van de ster opzwellen en afkoelen, waardoor de oppervlaktetemperatuur daalt. De ster wordt heel groot en straalt, door de lagere oppervlaktetemperatuur, voornamelijk lichtstraling van lange golflengten uit, waardoor hij er rood uit ziet.

Tijdens deze fase wordt de ster 'rode reus' genoemd. Zulke sterren zijn in het H-R-diagram rechtsboven de hoofdreeks te vinden. Ondanks hun lage oppervlaktetemperatuur T , hebben alle rode reuzen een grote lichtkracht L . Dat komt door hun grote afmetingen, zoals uit de stralingswet van Stefan-Boltzmann moge blijken:

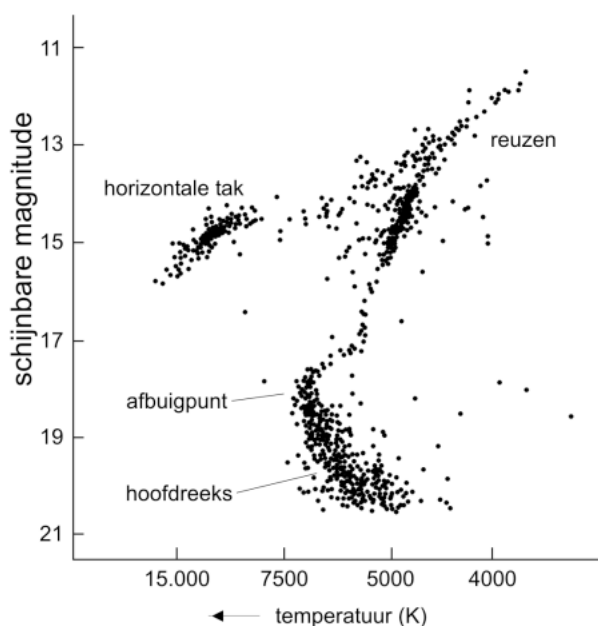
$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4$$

Hierin is σ de constante van Stefan-Boltzmann en R de straal van de ster. Voor rode reuzen geldt gewoonlijk $R \sim 10^2 R_{\text{zon}}$ en $T \sim (3 \text{ tot } 4) \cdot 10^3 \text{ K}$, en dus is hun L ongeveer $10^3 L_{\text{zon}}$.

Wanneer ook de latere fusieprocessen in de kern

van de ster niet langer op gang kunnen worden gehouden, stort de kern opnieuw in. Dan zal daar de temperatuur weer gaan oplopen, maar ditmaal worden de buitenste lagen van de ster uitgestoten. Deze vormen dan een zogeheten planetaire nevel (zie practicum 3). De ingestorte kern is nu erg heet (wit) en erg klein. Zo'n ster wordt heel toepasselijk 'witte dwerg' genoemd — het is de laatste levensfase van een ster zoals onze zon.

Om een ruwe schatting te maken van het verband tussen de lichtkracht L en de oppervlaktetemperatuur T van een hoofdreeksster, kunnen we gebruik maken van het H-R-diagram (fig. 6). De ongeveer rechte lijn van de hoofdreeks strekt zich ruwweg over een factor tien in temperatuur uit: (3×10^3 tot 3×10^4) kelvin. De lichtkracht omspannt echter zes machten van tien: (10^{-2} tot 10^4) L_{zon} . Daaruit volgt dus ongeveer de volgende evenredigheid voor hoofdreekssterren: $L \propto T^6$.



Figuur 7: Karakteristiek Hertzsprung-Russell-diagram van een bolvormige sterrenhoop
Het H-R-diagram van een bolhoop heeft na miljarden jaren van evolutie nog maar een korte hoofdreeks. Het punt waar de hoofdreeks naar rechts afbuigt en overgaat in de reuzentak wordt het afbuigpunt genoemd.



Inleiding

Enkele voorbeelden:

- Een zware hoofdreeksster met een oppervlaktetemperatuur van ongeveer $T_{\text{ster}} = 1,0 \times 10^4$ K heeft een lichtkracht van ongeveer $L_{\text{ster}} = (10.000/5800)^6 \cdot L_{\text{zon}}$, oftewel ongeveer 26 maal de lichtkracht van de zon. (Hierbij is gebruik gemaakt van het feit dat het oppervlak van de zon 5800 K heet is.)
- Een lichte ster met $T_{\text{ster}} = 3,5 \times 10^3$ K heeft een lichtkracht die slechts ongeveer 5% van die van de zon is. Reken dit zelf eens na.

De B-V kleurindex: een indicatie voor de oppervlaktetemperatuur

Alle informatie die we van sterren krijgen, bereikt ons in de vorm van straling. Zoals in de 'Sterrenkundige hulpmiddelen' wordt uitgelegd, kunnen verschillende filter- en kleursystemen worden gebruikt om de helderheid van een ster te meten. In dit practicum zullen we gebruik maken van een B- en een V-opname. Bij de analyse van deze opnamen zul je de schijnbare helderheden m_B en m_V van een aantal sterren in de sterrenhoop bepalen. Deze kun je gebruiken om waarden van $m_B - m_V$ (de B-V-kleurindex) te bepalen. Ten slotte zul je deze gebruiken om de oppervlaktetemperatuur van de sterren te bepalen (zie de 'Sterrenkundige hulpmiddelen').

Het H-R-diagram in een sleutelrol

Een sterrenhoop is een groep sterren. De leeftijd van zo'n sterrenhoop wordt bepaald door de levens van de afzonderlijke sterren die er deel van uitmaken. De leeftijden van die sterren zullen elkaar weinig ontlopen, omdat ze allemaal vrijwel gelijktijdig zijn ontstaan.

Uit waarnemingen is gebleken dat bolvormige sterrenhopen weinig gas en stof meer bevatten. Dat betekent dat hier weinig of geen nieuwe sterren meer zullen ontstaan. De sterren in een bolhoop zijn dus allemaal 'volwassen' en zijn, afhankelijk van hun massa, op verschillende wijzen geëvolueerd.

De meeste lichte sterren zullen we aantreffen op de hoofdreeks. Dat komt doordat lichte sterren zuinig met energie omgaan. Ze verbruiken de waterstofvoorraad in hun kern in een rustig tempo en houden miljarden jaren stand. Zulke sterren verblijven dus lange tijd op de hoofdreeks.

Zwaardere sterren daarentegen zullen al door hun waterstofvoorraad heen zijn en in rode reuzen zijn veranderd. Dat is al lang geleden gebeurd, waardoor je aan de bovenkant van de hoofdreeks geen zware, hete sterren meer zult aantreffen (zie fig. 7). Deze sterren bevinden zich nu in de diagonale strook die vanaf de hoofdreeks naar rechtsboven loopt. Deze strook wordt de rode-reuzentak genoemd.

Het punt waar de hoofdreeks en de rode-reuzentak uit elkaar gaan wordt het afbuigpunt genoemd, en de ligging van het afbuigpunt is een belangrijke aanwijzing voor de leeftijd van de sterrenhoop. In het volgende practicum zul je in het H-R-diagram van de bolhoop M12 de coördinaten van het afbuigpunt bepalen.



Opdrachten

Waarnemingen en gegevensverwerking

De bolhoop M12 werd op 18 juli 1999 waargenomen met het FORS1-instrument van ANTU (UT1 van de VLT) van de ESO-sterrenwacht op Paranal (Chili). Voor dit practicum hebben we afbeeldingen gekozen van de buitenste delen van de sterrenhoop, waar de sterddichtheid relatief klein is. De opnamen zijn gemaakt door een blauwfilter (B-band) en een groenfilter (V-band).

Het resultaat is een tweetal zwartwitafdrukken die de mogelijkheid bieden om de schijnbare helderheden van de sterren nauwkeurig te meten. De grootte van een sterbeeldje hierop is namelijk recht evenredig met de magnitude. De benodigde omzetting kun je maken met een ijkmaat.

Het verzamelen en verwerken van gegevens (het proces waarbij instrumentele en andere ongewenste signalen uit de gegevens worden verwijderd) is een klus waarbij je een grote telescoop en geavanceerde computersoftware nodig hebt. Pas daarna — bij de gegevensanalyse — wordt het interessant voor sterrenkundigen.

De gegevens in dit practicum zijn al verzameld en verwerkt. Bovendien hebben we de analyse een beetje vereenvoudigd door een aantal sterren te selecteren die representatief zijn voor de populatie van de hele sterrenhoop.

Tips voor het analyseren van de opnamen

Om de opnamen te kunnen analyseren, moeten we de B- en V-magnitudes van elke ster nauwkeurig meten. Als we in dit eerste deel van het practicum fouten maken, zal dat aan de uitkomst te merken zijn.

De 45 geselecteerde sterren worden in zes categorieën verdeeld:

- 1 De sterren 1 t/m 5: 'oefensterren'
- 2 De sterren 6 t/m 9: 'kalibratiesterren'
- 3-6 De overige sterren kunnen in vier groepen (A, B, C en D) worden verdeeld om de hoeveelheid werk te verminderen en je voldoende tijd te geven om precieze metingen te doen.

Om de metingen zo nauwkeurig mogelijk te laten verlopen, raden we je de volgende procedure aan:

- Leg de ijkmaat op de ster en schuif deze heen en weer. Stel vast welke helderheidswaarde te hoog is en welke te laag. Beweeg de ijkmaat dan halverwege deze beide waarden en lees je meetwaarde af. Herhaal dit enkele keren en neem het gemiddelde van je afleeswaarden.
- Laat je medeleerlingen elke ster ten minste tweemaal meten en neem het gemiddelde van deze metingen.
- Herhaal na elk meting je ijkoefening, om er zeker van te zijn dat je elke ster op dezelfde manier meet.

Opdracht 1 B-Band oefening

De helderheden van de oefensterren (nrs. 1-5) zijn gegeven in de tabel (fig. 10).

- ?
- Gebruik deze sterren om op de B-opname (fig. 8) met de ijkmaat te oefenen. Vergelijk je meetresultaten en vergewis je ervan dat je de dezelfde resultaten krijgt.

Opdracht 2 B-band kalibratie

Elke groep zou onafhankelijk van elkaar de kalibratiesterren (nrs. 6-9) moeten meten. De metingen kunnen dan worden gekalibreerd met de resultaten van de andere leerlingen.

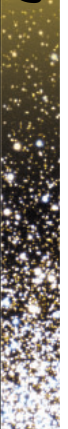
- ?
- Meet de kalibratiesterren op de B-opname (fig. 8), voeg de getallen toe aan de tabel en vergelijk je resultaten met die van de andere leerlingen. Als er verschillen zijn, bekijk dan die sterren en de oefensterren opnieuw.

Opdracht 3 B-band magnitudes

- ?
- Meet de blauwe helderheid (m_B) van elk van de aangeduide sterren in het gedeelte van figuur 8 dat je is toegewezen (A, B, C of D). Voeg de resultaten toe aan de tabel.

Opdracht 4 V-Band oefening

- ?
- Oefen met oefensterren op de V-opname (fig. 9) en vergelijk je resultaten met die in de tabel. Let erop dat je dezelfde resultaten krijgt.





Opdrachten

Opdracht 5 V-band kalibratie

- Meet de kalibratiesterren op de V-opname (fig. 9), voeg de getallen toe aan de tabel en vergelijk je resultaten met die van de andere leerlingen. Als er verschillen zijn, bekijk die sterren en de oefensterren dan opnieuw.

Opdracht 6 V-band magnitudes

- Meet in figuur 9 de groene helderheid (m_V) van elk van de aangeduide sterren in het gedeelte dat je is toegewezen (A, B, C of D). Voeg de resultaten toe aan de tabel.

Opdracht 7 Kleurindex

- Bereken voor elke ster de waarde $m_B - m_V$ en voeg de resultaten toe aan de tabel.

Opdracht 8 Oppervlaktetemperatuur

- Gebruik het diagram van figuur 3 in de 'Sterrenkundige hulpmiddelen' om de $m_B - m_V$ waarden om te zetten in de oppervlaktetemperaturen (T) van de sterren en vul deze in de tabel in.

Opdracht 9 H-R-diagram

In figuur 11 is de hoofdreeks van de Hyaden — een open sterrenhoop — als vergelijkingsmateriaal ingetekend. Merk op dat van de Hyaden de absolute helderheid M_V berekend is.

- Teken de gemeten schijnbare helderheid (m_V) tegen de berekende oppervlaktetemperatuur (T) van de sterren van M12 in in hetzelfde diagram.

Opdracht 10 Hoofdreksaanpassing: afstandsmodulus

Van de sterren in M12 kennen we nu (m_V , T), en van de referentiesternen in de Hyaden kennen we voor een aantal hoofdrekssterren (M_V , T). De afstandsmodulus (zie 'Sterrenkundige hulpmiddelen') van M12 kan nu worden bepaald door te meten hoeveel de beide hoofdreksen in verticale richting ten opzichte van elkaar verschoven zijn.

- Bereken de afstandsmodulus $m_V - M_V$ van M12.

Opdracht 11 De afstand van M12

- Gebruik de afstandsmodulus en de afstandsvergelijking (zie zo nodig de 'Sterrenkundige hulpmiddelen') om de afstand D van M12 te bepalen.

Opdracht 12 Extinctiecorrectie

De afstand die je zojuist gevonden hebt, is niet helemaal correct, omdat ons Melkwegstelsel gas en stof bevat dat het licht van sterren verzwakt. Het stof en gas kleurt het sterlicht ook een beetje rood — een gevolg van de zogeheten Rayleigh-verstrooiing, die vooral van invloed is op kortgolvig (blauw) licht. Deze beide processen staan bekend als 'interstellair extinctie'.

De volgende stap is dus het corrigeren van de afstand voor deze extinctie, die tot gevolg heeft dat de gevonden magnitudes van de waargenomen sterren te hoog (= te zwak) uitvallen en de berekende afstanden te groot.¹ De gecorrigeerde afstandsmodulus $m - M$ is gelijk aan:

$$m - M - A,$$

waarbij A de correctiefactor voor de extinctie is. Hierdoor verandert de afstandsvergelijking in:

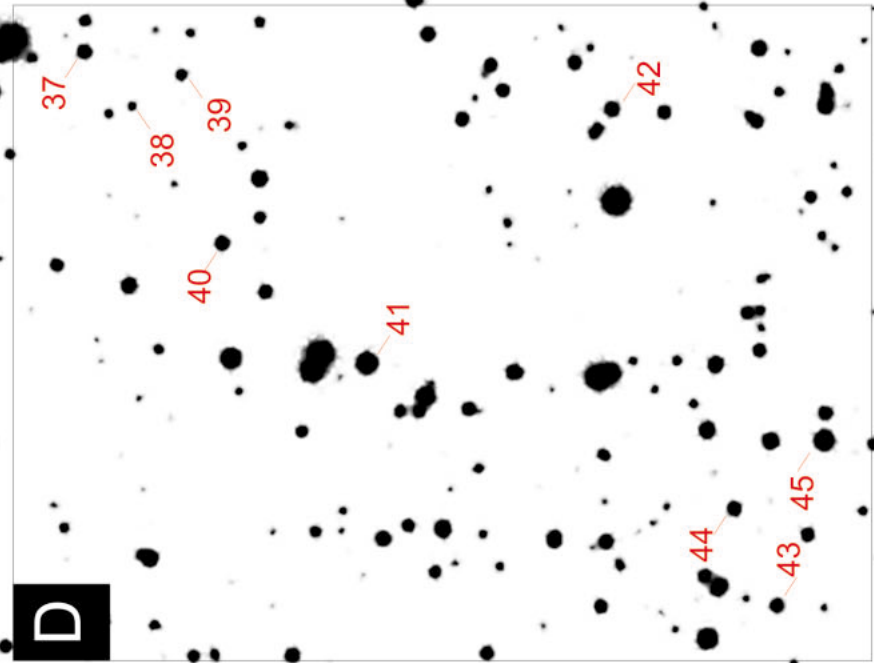
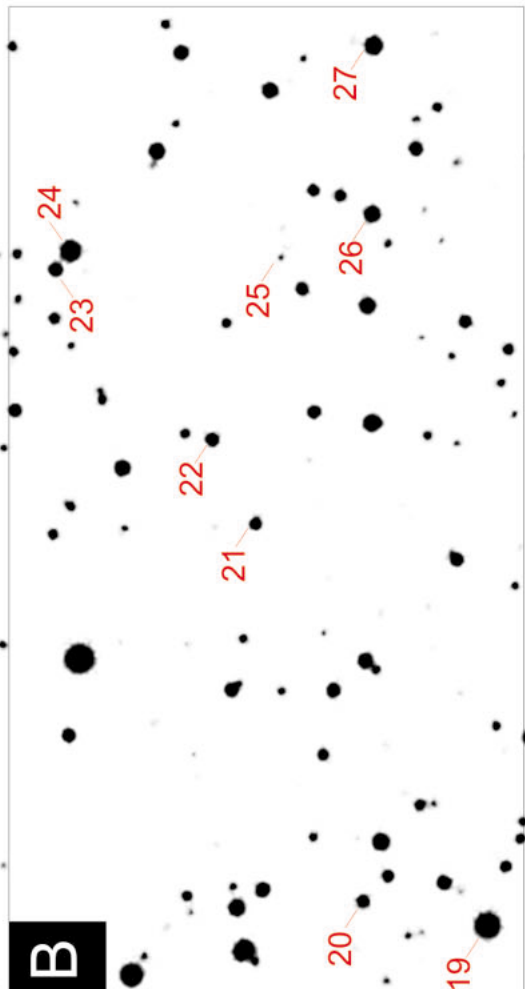
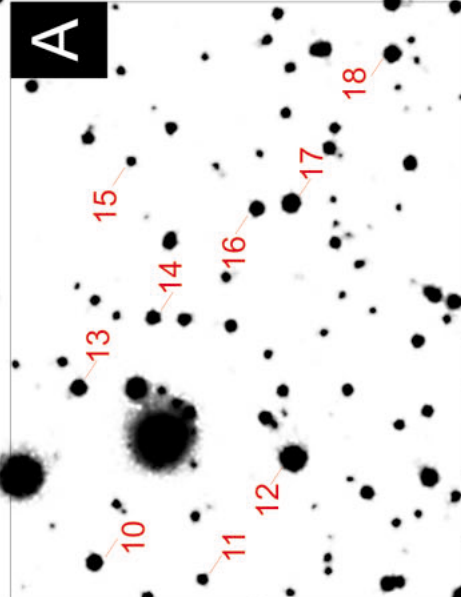
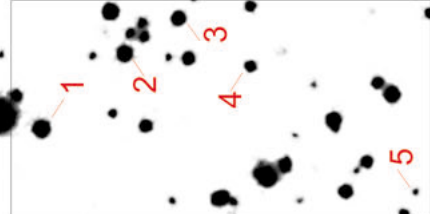
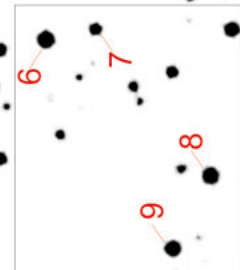
$$D = 10^{(m - M - A + 5)/5}$$

Voor M12 is A door Harris et al. bepaald op 0,57 magnitudes (in de V-band, en die gebruiken we ook om $m - M$ te bepalen).

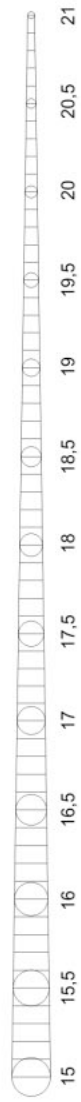
- Bereken de afstand van M12 opnieuw, ditmaal met behulp van de extinctiecorrectie.
- Wijkt het resultaat erg af van de waarde die je in opdracht 11 vond?
- Licht de verschillen toe en geef daarbij aan wat de gevolgen van deze correctie (één van de vele in de sterrenkunde) zijn voor onze schatting van de grootte van het heelal.

¹Dit is een simplificatie, omdat de extinctie ook (een beetje) van invloed is op de term $B - V$ (of de temperatuur).

B



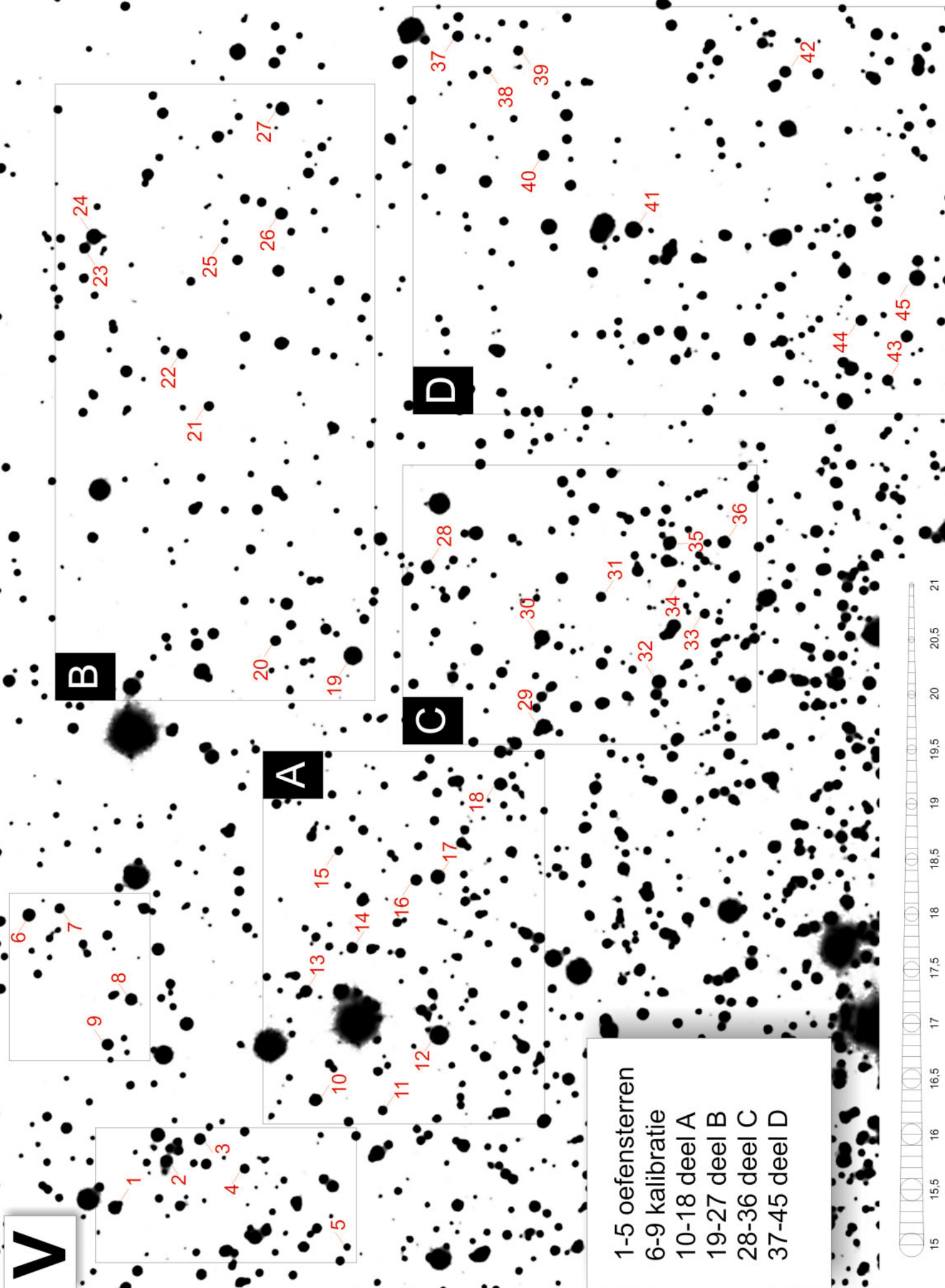
1-5 oefensterren
6-9 kalibratie
10-18 deel A
19-27 deel B
28-36 deel C
37-45 deel D



Figuur 8: B-Band opname

V

Figuur 9: V-Band opname





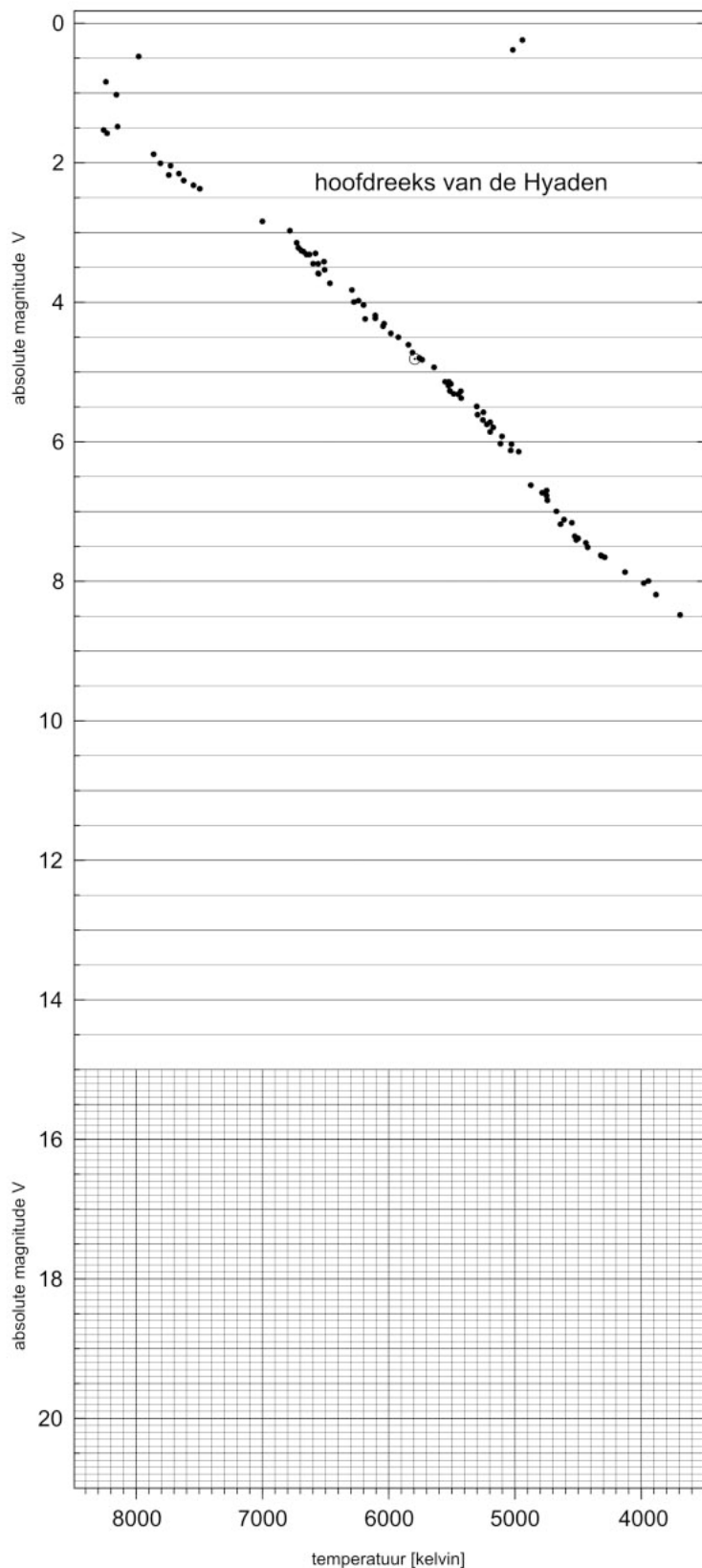
Opdrachten

Figuur 10: Tabel van meetwaarden

ster	wetenschappelijke meetwaarden				meetwaarden/berekeningen ESA/ESO			
	B	V	B-V	T	B	V	B-V	T
1	18,82	17,98	0,84	5250	18,70	17,90	0,8	5403
2	19,02	18,31	0,71	5744	19,00	18,20	0,8	5403
3	19,32	18,65	0,67	5864	19,30	18,70	0,6	6122
4	19,96	19,25	0,71	5699	19,90	19,10	0,8	5403
5	21,05	20,21	0,84	5265	21,00	20,10	0,9	5076
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								



Opdrachten



Figuur 11: H-R-diagram

De resultaten van de metingen in de opdrachten 1-9 moeten hier ingetekend worden. De gekalibreerde hoofdreeks van de Hyaden is verkregen uit metingen met ESA's HIPPARCOS-satelliet (uit: de Bruijne et al., 2001).



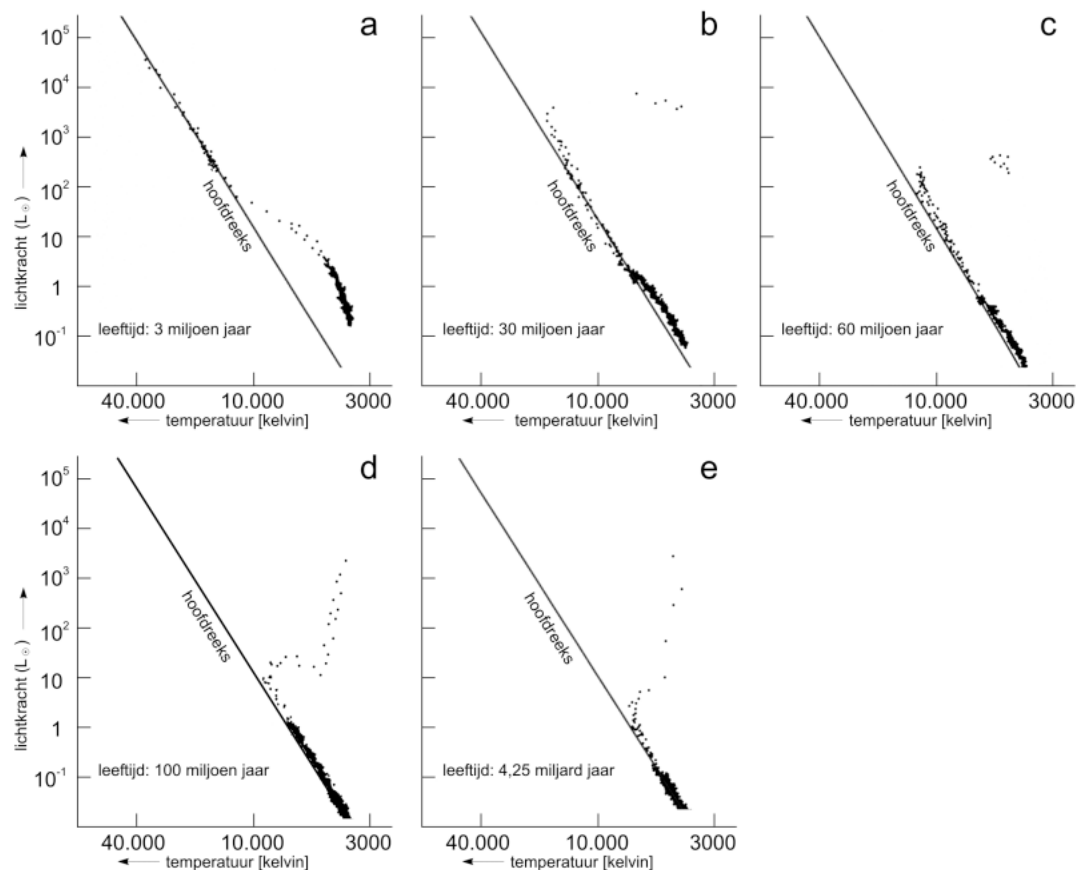
Opdrachten

Opdracht 13

Al eerder hebben wetenschappers met behulp van de oorspronkelijke gegevens de afstand tot de bolhoop bepaald op $D = 4,9$ kiloparsec. Als je antwoord minder dan 20% van deze uitkomst afwijkt, zijn je metingen heel nauwkeurig geweest en mag je trots zijn op het resultaat!

Maar het is ook mogelijk dat je resultaat meer afwijkt. Denk bijvoorbeeld eens aan het volgende:

- Zijn je metingen van de magnitudes nauwkeurig genoeg?
- Kun je andere, betere manieren verzinnen om de gegevens te verwerken en de gevonden hoofdreeks te passen?
- Zijn er andere manieren waarop je het resultaat zou kunnen verbeteren?



Figuur 12: De evolutie van een theoretische bolhoop

Deze reeks H-R-diagrammen is het resultaat van computerberekeningen van een aantal sterevolutiemodellen. Duidelijk is te zien hoe de samenstelling van een groep sterren in de loop van de miljoenen en miljarden jaren verandert.

Fig. 12a laat zien hoe de grootste en helderste sterren op de hoofdreeks ($T > 10.000$ K) zijn aangekomen en de kleinere sterren nog met het waterstofverbrandingsproces moeten beginnen (lage temperatuur, lage lichtkracht).

In fig. 12b hebben de grootste sterren de waterstof in hun kern al verbruikt en beginnen ze aan hun schilreserves. Hun lichtkracht is afgenomen en ze worden roder, waardoor ze van de hoofdreeks afbuigen en er een rode-reuzentak ontstaat. In het bovenste gedeelte van de hoofdreeks zijn geen hete, heldere sterren meer te zien.

In fig. 12c-e verdwijnt het bovenste gedeelte van de hoofdreeks bijna geheel, terwijl de rode-reuzentak steeds voller wordt. Het onderste gedeelte van de hoofdreeks laat zien dat er nu een grote populatie van zonachtige sterren met oppervlaktetemperaturen van 4000 tot 8000 graden is. Deze sterren zullen miljarden jaren in deze fase blijven. (Figuur naar: R. Kippenhahn)



Opdrachten

De evolutie van bolhopen

De vorm van de hoofdreeks is voor bolhopen van alle leeftijden in grote lijnen gelijk. De hoofdreekspasmethode die hierboven is toegepast kan echter ook voor sterrenhopen van heel andere leeftijden worden gebruikt.

Waarnemingen van de H-R-diagrammen van verschillende clusters laten zien dat het bovenste gedeelte van de hoofdreeks in de loop van de tijd verandert (zie fig. 12). In oudere sterrenhopen zijn de helderste sterren geëvolueerd en opgeschoven naar de rode-reuzentak. Bijgevolg wordt de hoofdreeks korter en verschuift het verbindingspunt tussen de hoofdreeks en de rode-reuzentak (het afbuigpunt) naar beneden — net als een kaars die langzaam opbrandt.

Hieruit kunnen we afleiden dat de ligging van het afbuigpunt een belangrijke indicatie voor de leeftijd van een sterrenhoop is.

Opdracht 14 Afbuigpunt: van magnitudes naar lichtkracht

- ?
- Bepaal de schijnbare helderheid van een ster in het afbuigpunt van M12. Bereken de lichtkracht van deze ster ten opzichte van die van de zon. Gebruik daarbij de formules uit de 'Sterrenkundige hulpmiddelen'.

Afbuigpunt: van lichtkracht naar massa

Als de lichtkracht eenmaal bekend is, kunnen we ook de massa van een ster berekenen. Daarbij kunnen we gebruik maken van de massa-lichtkrachtrelatie. Voor sterren op de hoofdreeks geldt namelijk een verband tussen massa en lichtkracht, waarbij deze grootheden in zonseenheden worden uitgedrukt ($L_{\text{zon}} = 4 \times 10^{26} \text{ W}$, $M_{\text{zon}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$):

$$L = M^{3,8}$$

Opdracht 15

- ?
- Bereken met behulp van de lichtkracht uit opdracht 14 de massa van de ster op het afbuigpunt (in zonsmassa's).

Afbuigpunt: van massa naar leeftijd

De tijd t die een ster op de hoofdreeks verblijft hangt af van zijn lichtkracht en massa.

- Een ster met een grote lichtkracht gebruikt per seconde meer waterstof dan een ster met een geringe lichtkracht. Bedenk dat een ster die twee keer zo veel massa heeft als een andere ster, een lichtkracht heeft die een factor $2^{3,8}$ (dat is 14) groter is! De massa van een ster met een grote lichtkracht neemt dus beduidend sneller af dan die van een zwakke ster. Hoe kleiner de lichtkracht, des te langer kan de ster blijven branden.

- Een zware ster heeft meer materie om te verbranden dan een lichte ster.

Met behulp van de massa-lichtkrachtrelatie vinden we dan de volgende levensduur als functie van de massa (in zonseenheden):

$$t \propto M^{-2,8}$$

Opdracht 16

- ?
- Neem de massa die je in opdracht 15 hebt afgeleid en schat de leeftijd van de bolhoop ten opzicht van de geschatte leeftijd van de zon op het moment dat deze de hoofdreeks zal verlaten ($8,2 \times 10^9$ jaar).

Het heelal moet dus hoe dan ook ouder zijn dan de leeftijd die je in opdracht 16 hebt gevonden.



Extra opdrachten



Figuur 13: Overzichtsfoto van een bolvormige sterrenhoop

Op deze foto is M12 te zien. Het afgebeelde gebied is 0,25 bij 0,25 graden groot (uit de Digitized Sky Survey).

Bepaling van de middellijn

Om de afmetingen van M12 te kunnen bepalen, moeten we zijn schijnbare middellijn weten. In figuur 13 is te zien dat het centrum enorm veel sterren bevat. Bedenk welke sterren aan de rand van de foto nog bij M12 zouden kunnen horen.

Opdracht 17

- ? Meet de hoekdiameter, a , van de bolhoop M12 in centimeters en zet deze m.b.v. de afbeeldingsschaal om naar radialen.

- ? Bereken de werkelijke diameter, d , van M12. (Zie de kleine-hoekbenadering in de 'Wiskundige hulpmiddelen', blz. 8.)

Gebruik voor de afstand je eigen meetwaarde of de eerder gegeven literatuurwaarde, $D = 4,9$ kiloparsec.



Extra opdrachten

Bepaling van het totale aantal sterren

Om het totale aantal sterren, N , in de bolhoop te kunnen schatten, maken we een tweetal aannamen:

1. De bolhoop bestaat uit allerlei verschillende soorten sterren, maar we zullen aannemen dat de gemiddelde ster op de zon lijkt, d.w.z. de absolute helderheid van elke afzonderlijke ster is vergelijkbaar met die van de zon.
2. We veronderstellen dat elke ster bijdraagt aan de totale helderheid van de gehele bolhoop. In werkelijkheid gaan veel sterren (gedeeltelijk) schuil achter stof of achter andere sterren.

Opdracht 18

De absolute helderheid van M12 is gelijk aan:

$$M_{bh} = -7,27$$

De totale lichtkracht van de bolhoop in zonseenheden kan worden berekend uit

$$L_{bh}/L_{zon} = 2,512^{(M_{zon}-M_{bh})}$$

Ter herinnering: $M_{zon} = 4,8$.

Omdat $L_{bh} \sim N \times L_{zon}$ en uitgaande van onze eerste aanname, is de waarde van L_{bh}/L_{zon} dus gelijk aan N .

Maar op basis van de tweede aanname mogen we verwachten dat de werkelijke waarde van N een beetje hoger dan L_{bh}/L_{zon} is.



Literatuurverwijzingen

Wetenschappelijke artikelen

- de Bruijne, J.H.J., Hoogerwerf, R., en de Zeeuw, P.T., 2001, *A&A*, **367**, 111–147: *A Hipparcos study of the Hyades open cluster*.
- Cragin, M., Lucyk, J., Rappaport, B.: *The Deep Sky Field Guide to Uranometria 2000.0*, 1993-96, Willmann-Bell, Inc.
- Harris, W.E.: *Catalog of parameters for Milky Way Globular Clusters*, Revised: June 1999 (<http://physun.mcmaster.ca/~harris/mwgc.dat>).
- Rosenberg, A., Saviane, I., Piotto, G., Aparicio, A., 1999, *AJ*, **118**, 2306–2320: *Galactic Globular Cluster Relative Ages*
- Chaboyer, B., Demarque, P., Sarajedini, A., 1996, *ApJ*, 459–558: *Globular Cluster Ages and the Formation of the Galactic Halo*.

Over interstellaire extinctie is meer te lezen op:
<http://www.astro.virginia.edu/class/hawley/astr124/ism.html>
<http://tesla.phys.unm.edu/a111labs/cepheids/mags.html#Red>

Zie ook de links op:
<http://www.astroex.org/>



Colofon



EUROPEAN SOUTHERN OBSERVATORY
Education and Public Relations Service

De sterrenkundepractica van ESA/ESO
Practicum 4: Het bepalen van de afstand en
leeftijd van een bolvormige sterrenhoop
Eerste uitgave (vertaling van de tweede Engelse
uitgave 23.05.2002)

Productie:

De Hubble European Space Agency Information
Centre en de European Southern Observatory:
<http://www.astroex.org>
(Hier vindt men pdf-versies van dit materiaal en links
naar relevante websites)

Postadres:

European Southern Observatory
Karl-Schwarzschild-Str. 2
D-85748 Garching bei München
Duitsland
Tel: +49 89 3200 6306 (of 3200 60)
Fax: +49 89 3200 64 80 (of 320 32 62)
E-mail: info@astroex.org

Tekst:

Arntraud Bacher, Jean-Marc Brauer, Rainer Gaitzsch,
en Lars Lindberg Christensen

Illustraties en opmaak:

Martin Kornmesser

Vertaling:

Eddy Echternach

Correcties en eindredactie:

Eddy Echternach, Robert Wielinga en Peter Barthel

Coördinatie:

Lars Lindberg Christensen en Richard West

Met dank aan Jesper Sollerman voor het reduceren
van de oorspronkelijke gegevens, aan Nina
Troelsgaard Jensen, Frederiksberg Seminarium, voor
haar opmerkingen, en aan Jos de Bruijne voor het
ter beschikking stellen van de fantastische
HIPPARCOS-gegevens.
Ook zijn we dank verschuldigd aan de vele mensen die
de eerste versie van dit practicum hebben
gecorrigeerd: Anne Vørnholt Olesen, Ole Hjort
Rasmussen, Helle en Henrik Stub, Denemarken;
Johann Penzl, Duitsland; Thibaut Plisson, VS.

Deze Nederlandse uitgave verschijnt onder auspiciën
van NOVA, de Nederlandse Onderzoekschool voor
Astronomie, en de Nederlandse Astronomen Club,
NAC. Realisatie werd financieel mogelijk dankzij een
subsidie van de Gratama-stichting. Ook NOVA, NAC,
het Groninger Universiteitsfonds GUF en het Kapteyn
Instituut van de Rijksuniversiteit Groningen droegen
financieel bij.



Voor de leerkracht

Korte samenvatting

We meten de blauwe (m_B) en groene (visuele, m_V) magnitudes van een aantal sterren in de buitendelen van een bolvormige sterrenhoop, zetten de ($m_B - m_V$) waarden om in stellaire oppervlakte-temperaturen (T) en zetten de m_V -waarden in een Hertzsprung-Russell-diagram uit tegen de T -waarden. De hoofdreeks die in dit diagram verschijnt wordt vervolgens vergeleken met de afstandsgekalibreerde standaardhoofdreeks van de nabije gelegen sterrenhoop van de Hyaden. De afstand tot de bolhoop kan dan worden bepaald door de hoofdreeks te positioneren en de afstandsmodulus te gebruiken. De leeftijd van de bolhoop, die ook een ondergrens stelt aan de leeftijd van het heelal, kan worden geschat uit de ligging van het afbuigpunt van de hoofdreeks.

Deze docentenhandleiding bevat becommentarieerde oplossingen van de opdrachten, aangevuld met opmerkingen over de benaderingen en vereenvoudigingen die zijn toegepast, evenals aanvullende theorie betreffende de levenscyclus van sterren. Het doel is om de bruikbaarheid van het practicum te vergroten en de leerkracht te helpen bij het opstellen van een lesplan.

Meer over het leven de van de sterren

De levensduur van een ster is gedefinieerd als de tijd die de ster op de hoofdreeks doorbrengt. We maken een schatting van de levensduren van de zon en een andere ster.

Een protoster ontstaat uit interstellair materie. Deze materie bestaat gewoonlijk voor 74% uit waterstof, voor 25% uit helium en voor 1% uit zwaardere elementen. Zodra de inwendige temperatuur van een protoster een paar miljoen graden is, kan deze waterstof gaan fuseren ('verbranden') en een hoofdreeksster worden.

Vier waterstofkernen smelten samen tot één heliumkern. Omdat de massa van een heliumkern slechts 99,3% van die van de vier waterstofkernen is, wordt de resterende massa (0,7%) in energie omgezet. Van elke kilogram stermaterie wordt dus 0,007 kg in energie omgezet. Met de formule van Einstein ($E=mc^2$), kunnen we dan berekenen dat de overeenkomstige hoeveelheid energie $6,3 \times 10^{14}$ J/kg bedraagt (c is de lichtsnelheid $= 3 \times 10^8$ m/s).

De lichtkracht van de zon is $L_{\text{zon}} = 3,85 \times 10^{26}$ W ($W = \text{J/s}$). Hieruit kunnen we berekenen hoeveel waterstof er per seconde in energie wordt omgezet:
 $\Delta m = 3,85 \times 10^{26} / (6,3 \times 10^{14}) = 6,11 \times 10^{11}$ kg/s

Een ster verlaat de hoofdreeks zodra ongeveer 11% van zijn waterstofmassa verbruikt is, omdat de sterkern dan instabiel wordt.

Met een gegeven massa van $M_{\text{zon}} = 2,0 \times 10^{30}$ kg kunnen we schatten dat een ster als onze zon in de loop van zijn leven $0,11 \times 0,74 \times 2 \times 10^{30} = 1,6 \times 10^{29}$ kg waterstof kan verbruiken.

Als we deze massa delen door het massaverlies per seconden, komen we uit op een geschatte levensduur op de hoofdreeks van:

$$2,6 \times 10^{17} \text{ s} = 8,2 \times 10^9 \text{ jr (meer dan 8 miljard jaar, immers: } 1 \text{ jr} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 3,15 \times 10^7 \text{ s).}$$

Waarnemingen van de zon laten zien dat deze ongeveer 4 miljard jaar oud is en dus nog ongeveer 4 miljard jaar hoofdreeksster zal zijn.

Met behulp van de levensduur van de zon, kunnen we de levensduur van elke willekeurige ster in zonneheden uitdrukken. De levensduur van een ster is afhankelijk van zijn massa. We zullen hiervoor met behulp van vereenvoudigde tussenstappen een eenvoudige formule afleiden. De waterstofvoorraad van een ster is evenredig met diens massa. Dus: $t \propto M/L$



Voor de leerkracht

Het tempo waarin de ster zijn energie verbruikt is sterk afhankelijk van zijn massa. Het experimentele resultaat voor hoofdreekssterren is ruwweg: $L = M^{3,8}$, de zogeheten massa-lichtkrachtrelatie. De exponent 3,8 is een compromis dat van toepassing is op middenklasse-sterren (0,5 tot 10) M_{zon} . Samenvattend vinden we dus (ongeveer): $t \propto M/L = M/M^{3,8} = M^{-2,8}$; hieruit blijkt dat zware sterren veel sneller, en lichte sterren juist veel trager evolueren dan de zon.

Enkele voorbeelden:

Een zware ster van ongeveer 10 zonsmassa's heeft een levensduur van slechts ongeveer $t = 0,0016 t_{\text{zon}}$, oftewel ongeveer 13 miljoen jaar.

Een lichte ster van ongeveer 0,6 zonsmassa's zal een levensduur van ongeveer $t = 4,2 t_{\text{zon}}$, oftewel 34 miljard jaar hebben. Dit is veel langer dan de huidige leeftijd van het heelal. Dat wil zeggen dat nog geen enkele lichte ster in het heelal de hoofdreeks verlaten kan hebben,

Een selectie van sterren

De bolhoop M12 telt ongeveer 150.000 sterren. De opname bij dit practicum is verkregen met FORS1 van ANTU (UT1 van de VLT). De foto toont een klein gedeelte van de buitenste regionen van de sterrenhoop: hiermee vermijden we de 'drukste' delen van de sterrenhoop, waar de sterren elkaar lijken te overlappen. We hebben een selectie van 45 sterren gemaakt die representatief is voor de populatie van de bolhoop. Deze steekproef is klein genoeg om de omvang van het practicum beperkt te houden, maar groot genoeg om een wetenschappelijk zinvol resultaat op te leveren.

Aanvullende opdrachten worden gedaan aan de hand van een opname van M12 uit de Digitized Sky Survey (DSS).

Analyse van de opname

Bij voorkeur moet elke groep een transparant met een kopie van de ijkmaat krijgen. Deze ijkmaat is ook bij de afbeeldingen gezet, zodat men kan controleren of de afbeeldingsschaal bij het kopiëren onveranderd is gebleven. De leerlingen moeten dan ook allereerst controleren of de ijkmaat de juiste afmetingen heeft. De grootte van een sterbeeldje is — binnen zekere grenzen — een nauwkeurige maat voor de schijnbare helderheid van de ster. Men spreekt wel van de mate van "zwarting" — een term die nog uit de tijd van fotografische platen stamt. De ijkmaat zet de grootte van een sterbeeldje rechtstreeks om in zijn schijnbare magnitude.

Verdeel het werk bijvoorbeeld over een aantal groepen leerlingen. Om dat te vergemakkelijken hebben we de opname in zes stukken onderverdeeld (oefening, kalibratie, A, B, C en D). Voor de vijf oefensterren zijn de helderheden gegeven. Deze vijf sterren kunnen worden gebruikt om met de ijkmaat te oefenen in het verkrijgen van nauwkeurige en reproduceerbare resultaten. De vier kalibratiesterren moeten door elke groep worden gemeten, waarna de resultaten kunnen worden gebruikt om de metingen onderling te kalibreren. Om de fouten zo klein mogelijk te houden, stellen we voor om per groep elke ster ten minste tweemaal op te meten en de resultaten te middelen.

Het is van groot belang om eerst met de ijkmaat te oefenen alvorens aan de eigenlijke metingen te beginnen. Het is niet voldoende om de ijkmaat eventjes op een sterbeeldje te leggen! Een ster van magnitude 18,5 bijvoorbeeld moet geheel binnen de overeenkomstige cirkel passen, maar de omringende hemel moet deze cirkel ook *nét* raken. Alle sterren moeten op deze wijze gemeten worden. Als de metingen consistent te laag of te hoog uitvallen, kan een correctie worden toegepast door een constante bij de meetwaarden op te tellen of van de meetwaarden af te trekken.

Figuur 3 in de 'Sterrenkundige hulpmiddelen' wordt gebruikt om de B-V-kleurindex om te zetten in temperatuur. In het practicum is een tabel afgedrukt die voor het invullen van de meetwaarden kan worden gebruikt. Voor het uitwerken daarvan en het maken van de B-V-kleurindex bevelen we het gebruik van een spreadsheetprogramma (zoals Excel) aan.

Opdrachten 1-8

In nevenstaande tabel zijn zowel de wetenschappelijke als onze eigen meetwaarden gegeven.



Voor de leerkracht

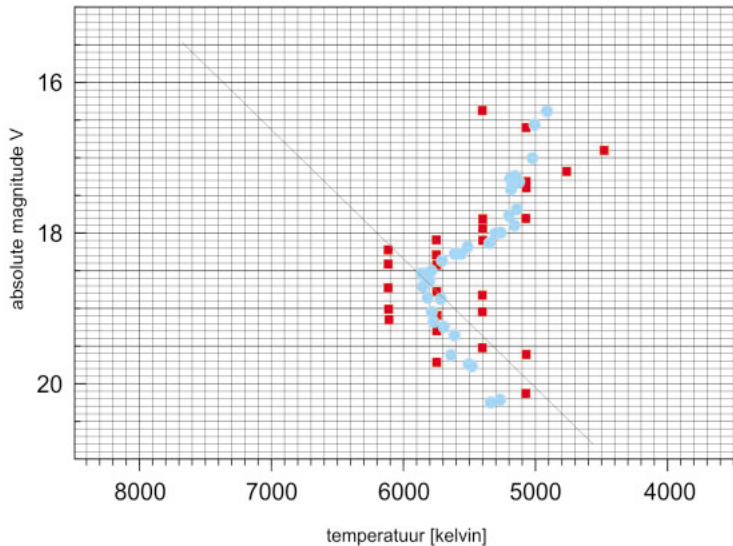
	wetenschappelijke meetwaarden				meetwaarden/berekeningen ESA/ESO			
ster	B	V	B-V	T	B	V	B-V	T
1	18,82	17,98	0,84	5250	18,70	17,90	0,8	5403
2	19,02	18,31	0,71	5744	19,00	18,20	0,8	5403
3	19,32	18,65	0,67	5864	19,30	18,70	0,6	6122
4	19,96	19,25	0,71	5699	19,90	19,10	0,8	5403
5	21,05	20,21	0,84	5265	21,00	20,10	0,9	5076
6	18,94	18,12	0,82	5348	19,00	18,20	0,8	5403
7	19,80	19,10	0,70	5757	19,80	19,20	0,6	6122
8	19,06	18,34	0,72	5702	19,00	18,40	0,6	6122
9	19,20	18,53	0,67	5844	19,10	18,50	0,6	5122
10	18,99	18,25	0,74	5614	19,00	18,20	0,8	5403
11	20,07	19,34	0,73	5620	20,10	19,40	0,7	5751
12	17,32	16,37	0,95	4918	17,20	16,40	0,8	5403
13	19,18	18,52	0,66	5884	19,10	18,50	0,6	6122
14	19,53	18,83	0,70	5722	19,60	18,80	0,8	5403
15	20,33	19,60	0,73	5639	20,30	19,50	0,8	5403
16	19,31	18,62	0,69	5792	19,30	18,60	0,7	5751
17	18,57	17,69	0,88	5140	18,70	17,80	0,9	5076
18	18,95	18,15	0,80	5405	18,90	18,10	0,8	5403
19	17,48	16,56	0,92	5012	17,50	16,60	0,9	5076
20	19,66	18,96	0,70	5738	19,60	18,80	0,8	5403
21	19,77	19,08	0,69	5792	19,80	19,00	0,8	5403
22	19,52	18,84	0,68	5818	19,50	18,80	0,7	5751
23	19,50	18,79	0,71	5734	19,50	18,90	0,6	6122
24	18,23	17,34	0,89	5122	18,30	17,40	0,9	5076
25	21,08	20,26	0,82	5345	21,10	20,20	0,9	5076
26	19,04	18,28	0,76	5552	18,90	18,20	0,7	5751
27	18,76	17,89	0,87	5160	18,80	18,10	0,7	5751
28	18,88	18,05	0,83	5309	18,90	18,10	0,8	5403
29	18,27	17,40	0,87	5183	18,30	17,40	0,9	5076
30	18,14	17,28	0,86	5189	18,20	17,30	0,9	5076
31	19,84	19,14	0,70	5783	19,80	19,10	0,7	5751
32	18,62	17,76	0,86	5197	18,60	17,80	0,8	5403
33	19,92	19,22	0,70	5725	19,90	19,20	0,7	5751
34	20,53	19,75	0,78	5487	20,40	19,70	0,7	5751
35	18,82	17,99	0,83	5300	18,80	18,00	0,8	5403
36	18,95	18,19	0,76	5511	18,80	18,20	0,6	6122
37	19,33	18,65	0,68	5812	19,30	18,70	0,6	6122
38	20,53	19,76	0,77	5502	20,50	19,60	0,9	5076
39	19,92	19,21	0,71	5734	19,90	19,20	0,7	5751
40	19,29	18,62	0,67	5861	19,30	18,70	0,6	6122
41	17,91	17,00	0,91	5026	18,00	16,90	1,1	4479
42	19,19	18,50	0,69	5789	19,20	18,50	0,7	5751
43	19,42	18,74	0,68	5831	19,30	18,70	0,6	6122
44	19,36	18,69	0,67	5841	19,30	18,70	0,6	6122
45	18,12	17,24	0,88	5145	18,20	17,20	1,0	4768

Figuur 1: Uitkomsten van de opdrachten 1-8

Deze tabel omvat de B-, V-, (B-V)- en T-waarden van de genummerde sterren zoals die door astronomen zijn bepaald. Daarnaast zijn onze eigen meetwaarden gegeven.



Voor de leerkracht



Figuur 2: Hertzsprung-Russell-diagram van M12
Dit diagram toont onze metingen (rood) en de wetenschappelijke resultaten (blauw).

Opdrachten 9-13

Het onderste deel van het diagram (fig. 3) is nogal kort en het uiteindelijke resultaat is dan ook sterk afhankelijk van de helling van de beste lijn die door de meetpunten getrokken wordt. Om dit proces te vereenvoudigen en teleurstellende resultaten te vermijden, hebben we aangenomen dat de vorm van de hoofdreeks voor alle sterrenhopen gelijk is. In dat geval lopen alle hoofdreksen namelijk evenwijdig aan elkaar. We kunnen dus de helling van de referentiehoofdreks van de Hyaden als richtlijn gebruiken.

De waarde van D is afhankelijk van de positie van de hoofdrekslijn in het sterrenhoopdiagram. Volgens Harris is $m_V - M_V = 14,02$ voor M12. Wij maten **13,9**.

Harris geeft een waarde van $D_{bh} = 4,9$ kpc. Deze waarde is verkregen door bij de afstandsvergelijking van M12 rekening te houden met de interstellare extinctie tussen ons en M12 (0,57 magnitudes). Dus geldt hier: $m - M = 5 \log D - 5 + 0,57$.

We berekenen $D = 10^{(m - M + 5)/5} = 10^{3,78} = \mathbf{6,026 \text{ kpc}}$ zonder extinctiecorrectie en $D = 10^{(m - M - 0,57 + 5)/5} = 10^{3,666} = \mathbf{4,634 \text{ kpc}}$ met extinctiecorrectie.

Bij de volgende berekeningen maken we van deze laatste waarde gebruik.

Opdrachten 14-16

Volgens onze metingen heeft een ster bij het afbuigpunt een schijnbare helderheid van 18,7. Wetenschappers hebben dit afbuigpunt bij magnitude 18,3 gelegd (Rosenberg et al.).

Berekening van de verhouding I_{bh}/I_{zon} (bh staat voor de ster bij het afbuigpunt van de bolhoop): Omdat I_{zon} veel groter is dan I_{bh} , is deze verhouding heel klein. Daarom kan het handiger zijn om I_{zon}/I_{bh} te berekenen en voor de verdere berekeningen de inverse daarvan te gebruiken.

$$\left(\frac{I_{zon}}{I_{bh}}\right) = 10^{(m_{bh} - m_{zon})/2,5} = 10^{(18,7 - (-26,5))/2,5} = 10^{18,08} = 1,202 \times 10^{18}$$

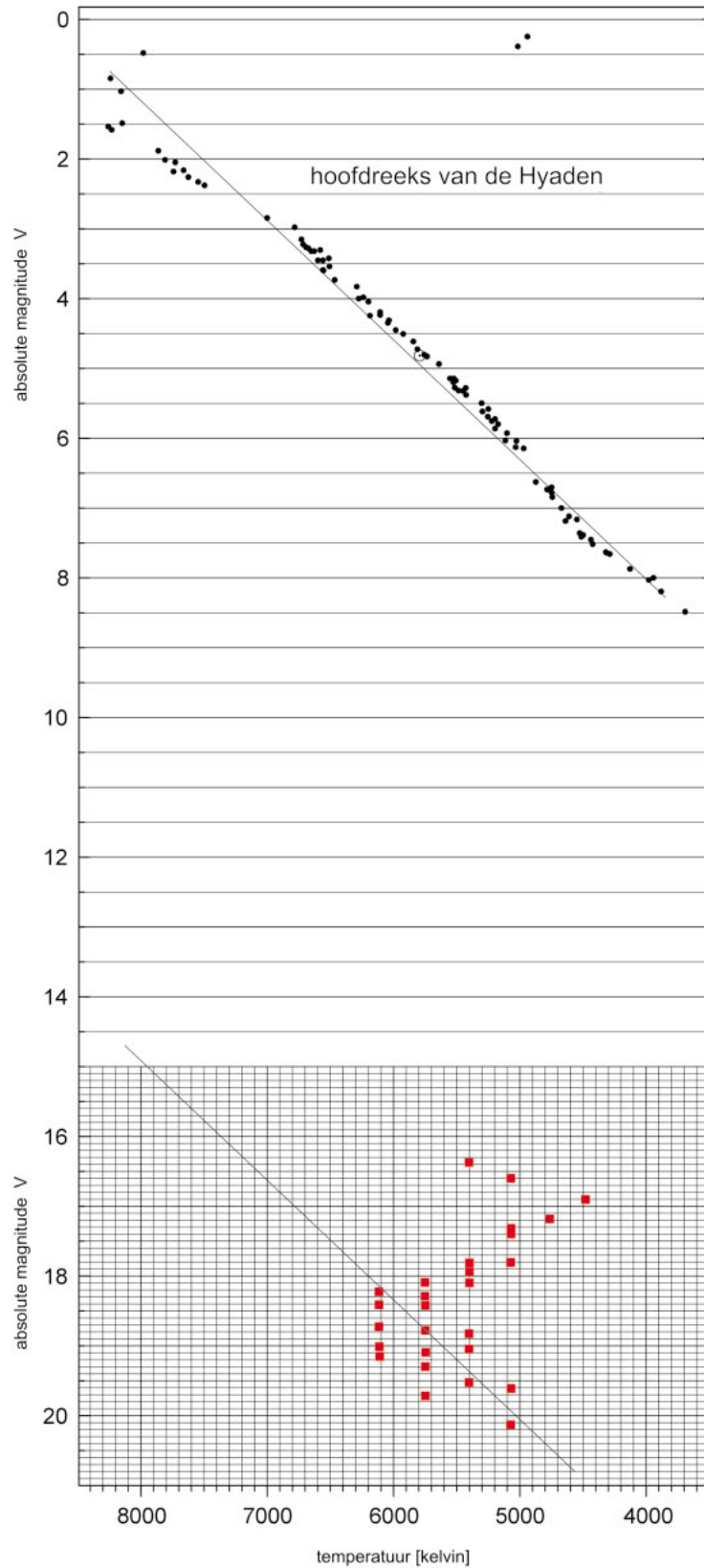
dus $(I_{bh}/I_{zon}) = \mathbf{8,318 \times 10^{-19}}$

Verdere berekeningen:

$$(D_{bh}/D_{zon}) = (4634 \times 3,086 \times 10^{13}) / 1,498 \times 10^8 = 9,546 \times 10^8$$



Voor de leerkracht



Figuur 3: Hertzsprung-Russell-diagram van M12 en de Hyaden
Dit diagram toont de H-R-diagrammen van de Hyaden (bovenste deel) en M12, uitgaande van onze metingen. De lijn geeft de geïnterpoleerde positie van de hoofdreeks weer.



Voor de leerkracht

$$(L_{bh}/L_{zon}) = (D_{bh}/D_{zon})^2 \times (I_{bh}/I_{zon}) = (9,559 \times 10^8)^2 \times 8,318 \times 10^{-19} = \mathbf{0,76}$$

$$(M_{bh}/M_{zon}) = (L_{bh}/L_{zon})^{1/3,8} = \mathbf{0,93}$$

$$(t_{bh}/t_{zon}) = (M_{bh}/M_{zon})^{-2,8} = 1,224$$

$$t_{bh} = 1,224 \times t_{zon} = 1,224 \times 8,2 \times 10^9 = \mathbf{10 \times 10^9 \text{ jaar}}$$

Er is ook een alternatieve en iets eenvoudigere manier. Deze is van oorsprong empirisch (gebaseerd op metingen) en dus minder intuïtief, maar is niettemin nauwkeurig. Hij gaat uit van de volgende relatie:

$$M_v(ap) = 2,70 \log(t) + 1,41,$$

waarbij $M_v(ap)$ de absolute helderheid op het afbuigpunt is en t de leeftijd van de bolhoop in miljarden jaren. Door de afstandsmodulus van $m_v(ap)$ af te trekken, vinden we de absolute magnitude van het afbuigpunt $M_v(ap)$:

$$m_v(ap) - (m_v - M_v) = 2,7 \log(t) + 1,41,$$

wat gereduceerd kan worden tot:

$$t = 10^{[(m_v - V(AP)) - (m_v - M_v) - 1,41] / 2,7]}$$

De resulterende leeftijden door verschillende combinaties van afbuigmagnitude en afstand te berekenen, met de eerste methode en de alternatieve methode. Vet gedrukt zijn de beste literatuurwaarden.

afbuigpunt [mV]	berekende afstand[pc]	leeftijd 1e methode [miljarden jaren]	leeftijd 2e methode [miljarden jaren]
18,7	4634	10,0	18,0
18,85	4634	11,1	20,5
18,5	4634	8,8	15,2
18,3	4900	7,0	11,6
18,3	4634	7,7	12,8
18,3	4500	8,0	13,5
18,7	6026 (no extinc.)	6,8	18,0

Verschiedende methoden voor de leeftijdsbepaling van bolhopen staan beschreven in Chaboyer et al. Zij vinden leeftijden voor M12 tussen **$11,5 \times 10^9$ jaar** en **$15,9 \times 10^9$ jaar**.



Voor de leerkracht

Extra opdrachten

Opdracht 17

	cm	graden	radialen
volledige foto	14,8	0,25	
schijnbare middellijn, a	13,0	0,22	$3,833 \times 10^{-3}$

$$d = D_{bh} \cdot a = 4634 \times 3,833 \times 10^{-3} = \mathbf{17,76 \text{ pc}}$$

De bolhoop eindigt waar de sterddichtheid op de foto gelijk is aan de dichtheid van de achtergrondsterren.

De waarde van de hoekdiameter, a, komt overeen met $0,22 \times 60 = \mathbf{13,2 \text{ boogminuten}}$. In de Uranometria 2000.0 Atlas is de hoekdiameter gegeven als 14,5 boogminuten.

Opdracht 18

$$L_{bh}/L_{zon} = 2,512^{(M_{zon}-M_{bh})} = 2,512^{4,8-(-7,32)} \sim \mathbf{70.500}$$

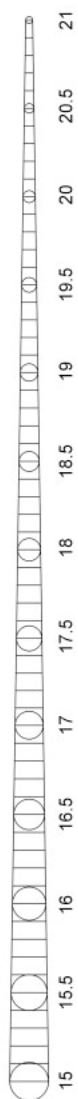
Volgens Carl Grillmair (SIRT Science Center, privé-correspondentie, 2002) bedraagt het aantal sterren in M12 150.000 ± 35.000 .





Voor de leerkracht

Figuur 4 : IJkmaat
Deze ijkmaat moet op een transparante sheet worden gekopieerd en is nodig bij de opdrachten 1 t/m 6.



www.astroex.org

